

11. IDRODINAMICA DELLA SURF-ZONE

11.1. Generalità

11.2. Le forze che determinano le correnti litoranee

11.2.1. Le componenti del radiation stress

11.2.1.1. Attacco frontale del moto ondoso

11.2.1.2. Attacco obliquo del moto ondoso

11.2.1.3. Influenza della componente S_{yy}

11.2.1.4. Influenza della componente S_{xy} (radiation shear stress)

11.2.2. Forze di marea

11.2.3. Forze dovute alla turbolenza

11.2.4. Forze d'attrito

11.3. Calcolo delle correnti litoranee

11.1. Generalità

Scopo del presente capitolo è quello di fornire gli strumenti adatti allo studio della morfodinamica costiera. Di seguito si discutono pertanto quei processi idrodinamici che, nella zona dei frangenti, hanno particolare attinenza alla mobilitazione dei sedimenti. Particolare attenzione sarà rivolta a quei processi che, causando le correnti litoranee, sono alla base di qualunque analisi morfologica dei litorali.

11.2. Le forze che determinano correnti litoranee

In generale lungo la costa, l'acqua si muove in una o nell'altra direzione come conseguenza dell'equilibrio dinamico tra l'azione esercitata dalle forzanti e l'azione delle forze resistenti.

Tra le forzanti possiamo menzionare:

- i) le componenti del radiation stress;
- ii) le forze di vento;
- iii) le forze dovute alla marea (in genere sempre presenti nel Mare del Nord, meno nel Mediterraneo).

Tra le forze resistenti, possiamo ricordare:

- i) la turbolenza;
- ii) l'attrito al fondo.

11.2.1. Le componenti del Radiation Stress

Le onde influenzano le condizioni medie temporali del mezzo in cui si propagano. Tale influenza può essere espressa attraverso l'introduzione di termini spuri nel bilancio di massa e di quantità di moto. A causa della presenza del moto ondoso si ha un contributo alla quantità di moto orizzontale nel bilancio medio temporale di quantità di moto che viene definito "radiation stress" (Longuet-Higgins & Stewart, 1960). Tale cambiamento di quantità di moto orizzontale è rappresentato nella Figura 11.1.

Se si assume -per assurdo- che il valore assoluto delle fluttuazioni di pressione sotto le creste e sotto i cavi siano le stesse, ci rilevarebbe comunque una differenza dovuta al fatto che sotto la cresta ci sarebbe una pressione maggiore che agisce su di un'area maggiore, mentre sotto i cavi ci sarebbe una pressione inferiore che agisce su di un'area inferiore (vedere Figura 11.2). In definitiva, il valore medio temporale delle fluttuazioni di pressione integrate sulla profondità non nullo ma è positivo. Questo valore positivo rappresenta un'aliquota del radiation stress. Un altro contributo è dato dalle fluttuazioni di velocità.

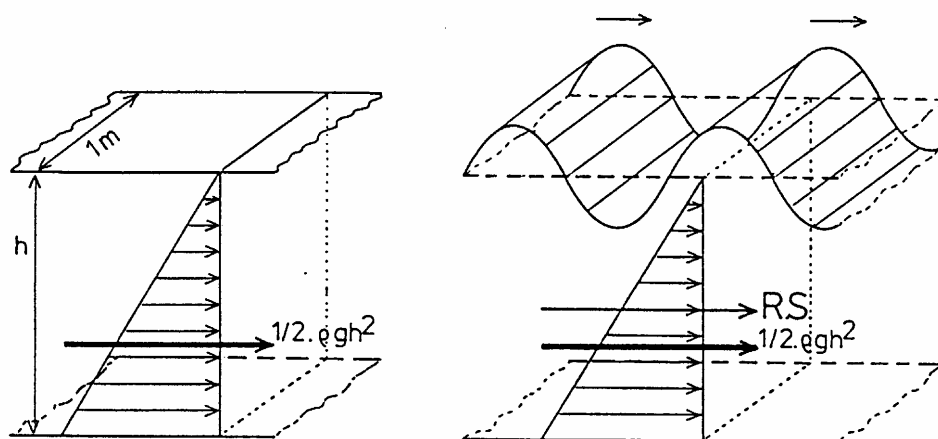


Figura 11.1. Rappresentazione del radiation stress dovuto alla presenza di onde (le frecce nella figura di destra indicano la direzione di propagazione del moto ondoso).

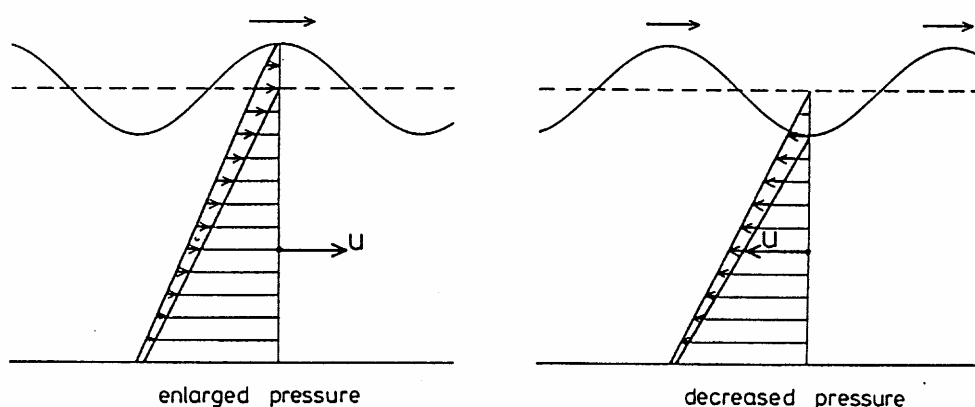


Figura 11.2. Cambiamenti indotti dalla presenza del moto ondoso sulla quantità di moto orizzontale causati dalle fluttuazioni di velocità e di pressione (le frecce indicano la direzione di propagazione del moto ondoso).

Da quanto detto si evince che il radiation stress è definito come il contributo alla quantità di moto orizzontale (nel bilancio medio temporale della q.d.m.) dovuto alla presenza del moto ondoso. Poiché la derivata temporale della quantità di moto è equivalente ad una forza (basti ricordare la seconda legge di Newton), la variazione di q.d.m. è interpretabile come quell'aliquota di forza dovuta alla presenza dell'onda ed esercitata sull'acqua in cui l'onda si propaga. Questa forza, applicata ad un assegnato volume d'acqua, può avere una risultante non nulla, per bilanciare la quale possono innescarsi gradienti di pressione o correnti (che fanno risentire la loro presenza mobilitando le tensioni tangenziali al fondo).

E' opportuno precisare che il radiation stress non è né una tensione pura (forza per unità di area, ossia N/m^2), né una forza (N), ma piuttosto una forza per unità di lunghezza (N/m) che si esplica sulla profondità (derivante dall'integrazione sulla profondità di una forza per unità di superficie).

Il radiation stress non è isotropico e dipende dalla giacitura dell'elemento superficiale su cui agisce. Pertanto, assumendo due piani verticali e perpendicolari agli assi orizzontali, ossia in maniera tale che X sia orientato nella direzione di propagazione dell'onda e Y lungo la cresta dell'onda, S_{XX} e S_{YY} individueranno i radiation stress principali.

Assumendo un piano $X=\text{costante}$ largo $1m$, il valore istantaneo di trasferimento di q.d.m. nella direzione X è dato da:

$$q.d.m. = \int_0^{h+\eta} (p + \rho V^2) dz \quad (11.1)$$

dove:

- h = profondità d'acqua;
- η = livello del pelo libero;
- p = pressione;
- ρ = densità dell'acqua;
- V = velocità.

L'integrale sopra riportato è equivalente alla componente X della forza che agisce su questo piano.

Il contributo dovuto alla presenza dell'onda al valore medio temporale dell'integrale per unità di larghezza è, per definizione, la componente XX del radiation stress, ossia, in formule:

$$S_{XX} = \overline{\int_0^{h+\eta} (p + \rho V^2) dz} - \int_0^h p_o dz \quad (11.2)$$

in cui il contributo idrostatico è pari a:

$$\int_0^h p_o dz = \int_0^h \rho g z dz = \frac{1}{2} \rho g h^2 \quad (11.3)$$

con g = accelerazione di gravità.

Nella notazione S_{XX} , il primo pedice indica la direzione di trasferimento (ossia, nella fattispecie, attraverso il piano X =costante), mentre il secondo indice rappresenta la componente della q.d.m. che viene trasferita (X nella fattispecie).

Il valore di S_{XX} definito attraverso la relazione (11.2) potrebbe, in teoria, essere calcolato con qualsiasi teoria del moto ondoso. Quando si porta avanti detta integrazione (assolutamente non banale) sulla profondità di un piano perpendicolare all'asse X adottando la teoria lineare, il risultato che si ottiene è il seguente (*Battjes*; 1986):

$$S_{XX} = \left[\frac{2kh}{\sinh(2kh)} + \frac{1}{2} \right] E \quad (11.4)$$

dove:

- S_{XX} = la componente principale del radiation stress nella direzione di propagazione dell'onda;
- h = profondità dell'acqua;
- k = numero d'onda ($=2\pi/L$);
- L = lunghezza d'onda;
- E = energia del moto ondoso pari a: $1/8 \rho g H^2$ (H essendo l'altezza d'onda).

Ricordando che il parametro n , definito come rapporto tra la celerità di gruppo e la celerità dell'onda (ossia $n=C_g/C$), risulta pari a:

$$n = \frac{kh}{\sinh(2kh)} + \frac{1}{2} \quad (11.5)$$

ne segue che la componente S_{XX} può risciversi come segue:

$$S_{XX} = \left(2n - \frac{1}{2}\right)E \quad (11.6)$$

Quest'ultima forma è spesso più conveniente ai fini pratici.

Analogamente, il calcolo dell'integrale che porta alla stima della seconda componente principale del radiation stress che agisce sul piano verticale perpendicolare alle creste d'onda, conduce a:

$$S_{YY} = \frac{kh}{\sinh(2kh)} E \quad (11.7)$$

ovvero, per onde sinusoidali progressive:

$$S_{YY} = \left(n - \frac{1}{2}\right)E \quad (11.8)$$

Le applicazioni delle usuali approssimazioni per acque profonde (per cui $n=1/2$), ovvero per acque basse (per cui $n=1$), portano rispettivamente alle seguenti espressioni:

- acque profonde:

$$S_{XX} = \frac{1}{2} E \quad (11.9)$$

$$S_{YY} = 0 \quad (11.10)$$

- acque basse:

$$S_{XX} = \frac{3}{2} E \quad (11.11)$$

$$S_{YY} = \frac{1}{2} E \quad (11.11)$$

Vediamo adesso di analizzare quelli che sono i principali fattori che influenzano il radiation stress. Ovviamente il più importante di tutti è l'altezza d'onda che interviene attraverso l'energia del moto ondoso. In acque profonde anzi essa è l'unico fattore determinante il radiation stress.

In acque intermedie, la profondità h , la lunghezza d'onda L (attraverso il numero d'onda k) sono anche importanti.

In acque basse, a prima vista (vedere le relazioni 11.10 e 11.11), sembrerebbe che il radiation stress è influenzato solo dall'energia; tuttavia interviene anche la profondità. Infatti l'energia in acque basse è anche influenzata dalla profondità allorché si realizza il frangimento.

Si consideri adesso una colonna d'acqua a base quadrata racchiusa da quattro piani verticali principali come mostrato in Figura 11.3. Se le condizioni d'onda, così come le profondità, sono identiche in tutti i quattro piani 1, 2, 3 e 4, le componenti del radiation stress sulle facce opposte della colonna sono identiche e, pertanto, non si mobilita nessuna forza aggiuntiva. Infatti, solamente se le condizioni d'onda variano tra i piani 1 e 2, o tra i piani 3 e 4, si innescherà una forza. Da quanto appena detto se ne evince che il radiation stress interverrà a modificare i processi fisici laddove si hanno variazioni delle condizioni d'onda, ossia in aree soggette a rifrazione, diffrazione, shoaling o frangimento.

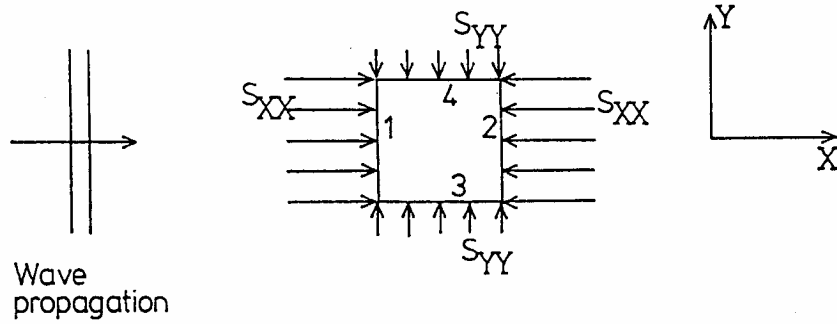


Figura 11.3. Cambiamenti indotti dalla presenza del moto ondoso sulla quantità di moto orizzontale causati dalle fluttuazioni di velocità e di pressione (le frecce indicano la direzione di propagazione del moto ondoso).

11.2.1.1. Attacco frontale del moto ondoso

Di seguito si riporta un esempio che illustra i cambiamenti che intervengono sulle componenti principali del radiation stress a seguito dei processi di shoaling e di frangimento che modificano le caratteristiche delle onde che si propagano verso riva ortogonalmente alla spiaggia.

Dati:

- la pendenza del fondo, considerato piano, $s = 0.01$;
- l'altezza delle onde in acque profonde, $H_o = 5\text{m}$;
- il periodo d'onda, $T = 11\text{ s}$.

Si calcoli, in sequenza:

- la lunghezza d'onda in acque profonde dalla relazione: $L_o = 1.56T^2 = 225\text{m}$;
- il parametro $\tilde{\beta}_o = \frac{s}{\sqrt{\frac{H_o}{L_o}}} = 0.067$ (che nella fattispecie individua una figura di frangimento del tipo "spilling");

- l'indice di frangimento $\gamma = \frac{H_b}{h_b}$, spesso calcolato tramite l'espressione di Battjes; (1974)

$$\gamma = \tilde{\beta}_o^{0.17} + 0.08 = 0.71.$$

La tabella seguente mostra le stime del radiation stress per diverse profondità. Le grandezze sono state calcolate con le seguenti espressioni:

- $y = \frac{h}{s}$; distanza dalla costa;
- L = lunghezza d'onda, calcolata dalla relazione di dispersione;
- $n = \frac{kh}{\sinh(2kh)} + \frac{1}{2}$;
- $k_{sh} = \sqrt{\frac{1}{\tanh(kh) \left(1 + \frac{2kh}{\sinh(2kh)}\right)}}$;
- H = altezza d'onda, ricavata - fino al frangimento - tramite il coefficiente di shoaling e l'altezza d'onda su profondità infinita. Il frangimento è stato valutato in funzione della ripidità dell'onda, ossia in funzione dell'espressione $\left[\frac{H}{L}\right]_{max} = \frac{1}{7} \tanh(kh)$.
- $E = \frac{1}{8} \rho g H^2$;

$$- S_{XX} = \left(2n - \frac{1}{2}\right)E ;$$

$$- S_{YY} = \left(n - \frac{1}{2}\right)E .$$

Tabella 11.I. Andamento delle componenti principali del radiation stress soggetti alle variazioni delle caratteristiche dell'onda per shoaling e frangimento (le altezze d'onda evidenziate sono quelle successive al frangimento calcolate come $H=H_b=\gamma h_b$).

y (m)	h (m)	L (m)	c (m/s)	n (-)	k _{sh}	H(m)	E (N/m)	S _{xx} (N/m)	S _{yy} (N/m)
10000	100	222.74	18.56	0.52	0.98	4.92	29656	16015	593
9000	90	221.66	18.47	0.53	0.98	4.88	29188	16406	906
8000	80	219.85	18.32	0.55	0.97	4.83	28566	16982	1349
7000	70	216.87	18.07	0.57	0.95	4.76	27798	17805	1953
6000	60	212.10	17.68	0.60	0.94	4.69	26946	18954	2741
5000	50	204.71	17.06	0.64	0.92	4.62	26139	20539	3735
4000	40	193.55	16.13	0.69	0.91	4.57	25596	22757	4980
3000	30	177.01	14.75	0.76	0.92	4.58	25693	26041	6597
2000	20	152.34	12.70	0.83	0.94	4.72	27253	31562	8968
1900	19	149.25	12.44	0.84	0.95	4.74	27560	32345	9283
1800	18	146.02	12.17	0.84	0.95	4.77	27910	33193	9619
1700	17	142.63	11.89	0.85	0.96	4.81	28307	34114	9980
1600	16	139.08	11.59	0.86	0.97	4.85	28760	35122	10371
1500	15	135.34	11.28	0.87	0.98	4.89	29278	36229	10795
1400	14	131.16	10.93	0.88	0.99	4.94	29842	37391	11235
1300	13	127.04	10.59	0.88	1.00	4.99	30526	38758	11747
1200	12	122.68	10.22	0.89	1.01	5.06	31320	40293	12316
1100	11	118.06	9.84	0.90	1.03	5.13	32248	42033	12955
1000	10	113.14	9.43	0.91	1.04	5.22	33342	44031	13680
900	9	107.88	8.99	0.92	1.06	5.32	34649	46355	14515
800	8	102.22	8.52	0.93	1.09	5.44	36232	49105	15494
700	7	96.10	8.01	0.94	1.12	4.97	30259	41542	13206
600	6	89.41	7.45	0.95	1.15	4.26	22231	30915	9900
500	5	82.03	6.84	0.95	1.20	3.55	15438	21745	7013
400	4	73.73	6.14	0.96	1.26	2.84	9880	14095	4577
300	3	64.16	5.35	0.97	1.34	2.13	5558	8029	2625
200	2	52.65	4.39	0.98	1.47	1.42	2470	3614	1189
100	1	37.41	3.12	0.99	1.74	0.71	618	915	303

Si noti come i radiation stress aumentino man mano che le onde si avvicinano alla costa (vedere Figura 11.4) e come il fenomeno di frangimento inverte questa tendenza. Tali variazioni sono da correlare alle variazioni di altezza d'onda, come si evince dalla Figura 11.5.

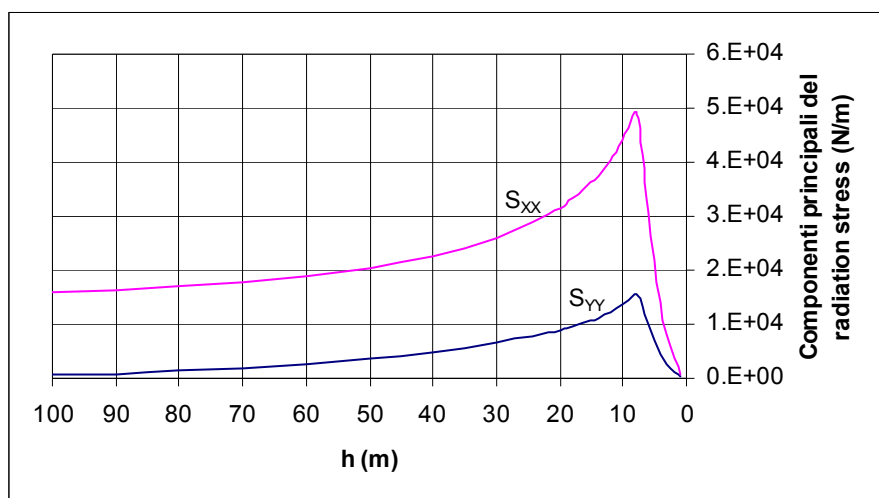


Figura 11.4. Andamento delle componenti del radiation stress S_{xx} e S_{yy} in funzione della profondità.

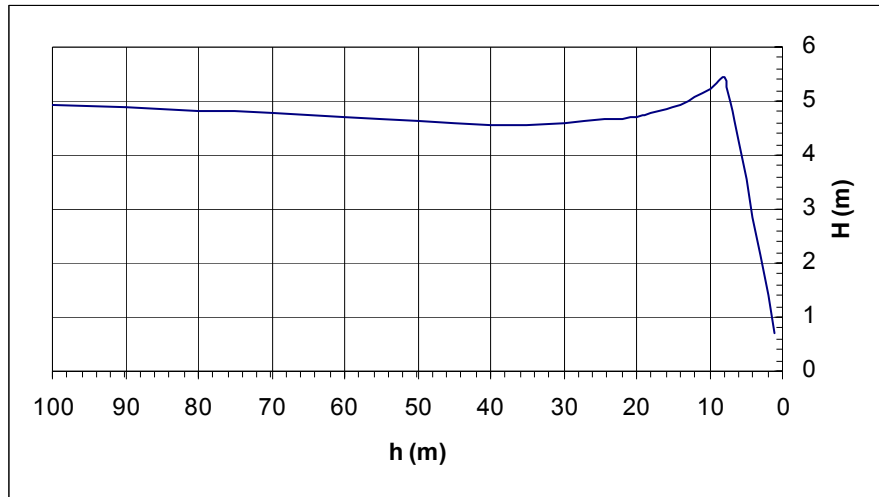


Figura 11.5. Andamento dell'altezza d'onda in funzione della profondità (variazioni per effetto del processo di shoaling).

11.2.1.2. Attacco obliquo del moto ondoso

Le onde nella maggior parte dei casi non si propagano ortogonalmente alla costa come visto nel paragrafo precedente ma, piuttosto, con un angolo d'attacco φ . In quest'ultimo caso bisogna ricordare che le componenti del radiation stress S_{XX} e S_{YY} si riferiscono, rispettivamente, alla direzione di propagazione dell'onda e nella direzione a questa ortogonale. Tuttavia, poiché i processi costieri vengono studiati e individuati riferendosi alle componenti longshore, ovvero alle componenti cross-shore, è opportuno ricavare le componenti del radiation stress lungo dette direzioni.

La Figura 11.6 mostra una vista dall'alto dell'area costiera e le componenti del radiation stress riferite sia al sistema (X,Y) , ossia al sistema connesso alla direzione di propagazione dell'onda, sia al sistema (x,y) , ossia al sistema di coordinate long-shore e cross-shore.

E' facile constatare che:

$$\begin{aligned} S_{xx} &= \frac{S_{XX} + S_{YY}}{2} + \frac{S_{XX} - S_{YY}}{2} \cos(2\theta); \\ S_{yy} &= \frac{S_{XX} + S_{YY}}{2} - \frac{S_{XX} - S_{YY}}{2} \cos(2\theta); \\ S_{xy} &= \frac{S_{XX} - S_{YY}}{2} \sin(2\theta) = \frac{S_{XX} - S_{YY}}{2} \cos(2\varphi) = S_{yx}; \end{aligned} \quad (11.13)$$

dove:

- S_{XX} = radiation stress principale che agisce sul piano parallelo alla cresta dell'onda;
- S_{YY} = radiation stress principale che agisce sul piano ortogonale alla cresta dell'onda;
- S_{xx} = radiation stress che agisce sul piano ortogonale alla costa;
- S_{yy} = radiation stress che agisce sul piano parallelo alla costa;
- S_{xy} = radiation stress che agisce sul piano ortogonale alla costa;
- S_{yx} = radiation stress che agisce sul piano parallelo alla costa;
- θ = angolo tra gli assi dei due sistemi;
- φ = angolo tra la cresta d'onda e la linea di costa.

Da notarsi che le componenti S_{xx} e S_{yy} sono simili alle componenti normali delle tensioni, mentre S_{xy} e S_{yx} sono simile a quelle tangenziali.

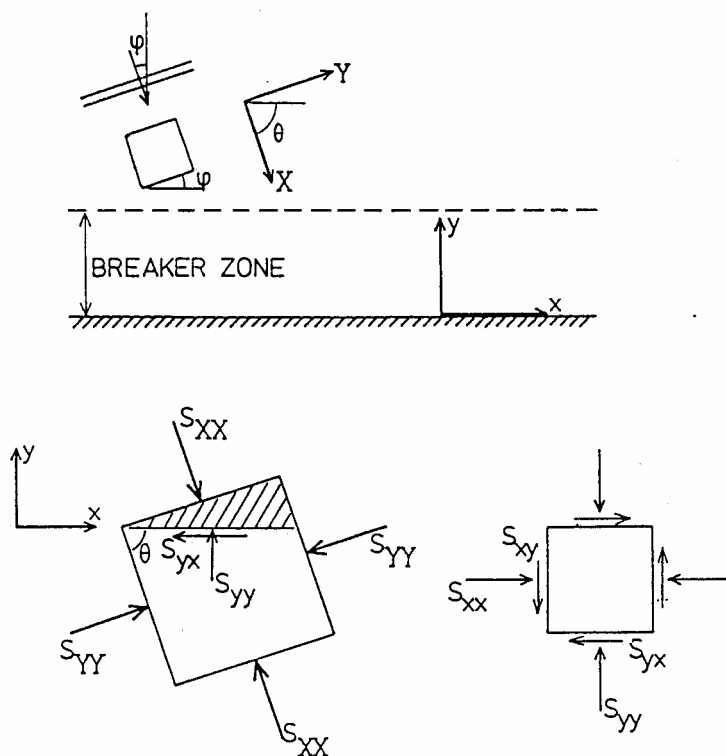


Figura 11.6. Componenti del radiation stress dovute ad un attacco obliquo del moto ondoso.

11.2.1.2.1. Influenza della componente S_{yy}

Come già accennato, le onde che si propagano verso la riva sono sottoposte a cambiamenti dovuti ai fenomeni di rifrazione, diffrazione, shoaling e frangimento. Poiché le componenti del radiation stress sono direttamente espressi in termini dei parametri del moto ondoso, è lecito attendersi alcuni cambiamenti su dette componenti e, di conseguenza, anche degli effetti legati a detti cambiamenti.

Uno degli effetti più immediati legato ai citati cambiamenti delle componenti del radiation stress riguarda il livello medio del mare lungo la direttrice ortogonale alla linea di costa.

Di seguito saranno analizzati i cambiamenti del livello medio del mare h' dovuti ad onde che si propagano ortogonalmente alla costa, ossia soggette solo al processo di shoaling.

In Figura 11.7 è riportato un profilo di spiaggia con le onde che si propagano da sinistra con le creste perfettamente parallele alla costa.

La componente del radiation stress che bisogna analizzare nel caso in questione è la S_{yy} che, nella fattispecie di attacco frontale del moto ondoso, coincide con la componente S_{xx} . Cambiamenti in questa componente produrranno una forza sulla colonna d'acqua come mostrato nella citata Figura 11.7 che sarà equilibrata da un gradiente orizzontale di pressione statica prodotto da una variazione di livello d'acqua. Questo equilibrio tra i cambiamenti di radiation stress e livello medio del mare conduce alla seguente equazione differenziale ordinaria del primo ordine:

$$\frac{dS_{yy}}{dy} + \rho g(h + h') \frac{dh'}{dy} = 0; \quad (11.14)$$

dove:

- S_{yy} è la componente del radiation stress ortogonale alla linea di costa;
- y è la coordinata nella direzione perpendicolare alla linea di costa;
- ρ è la densità dell'acqua;

- g è l'accelerazione di gravità;
- h è la profondità d'acqua alla distanza y dalla costa riferita al livello medio del mare in quiete (ossia in assenza di onde);
- h' rappresenta il cambiamento di profondità locale medio alla distanza y dalla costa prodotto dalla presenza delle onde.

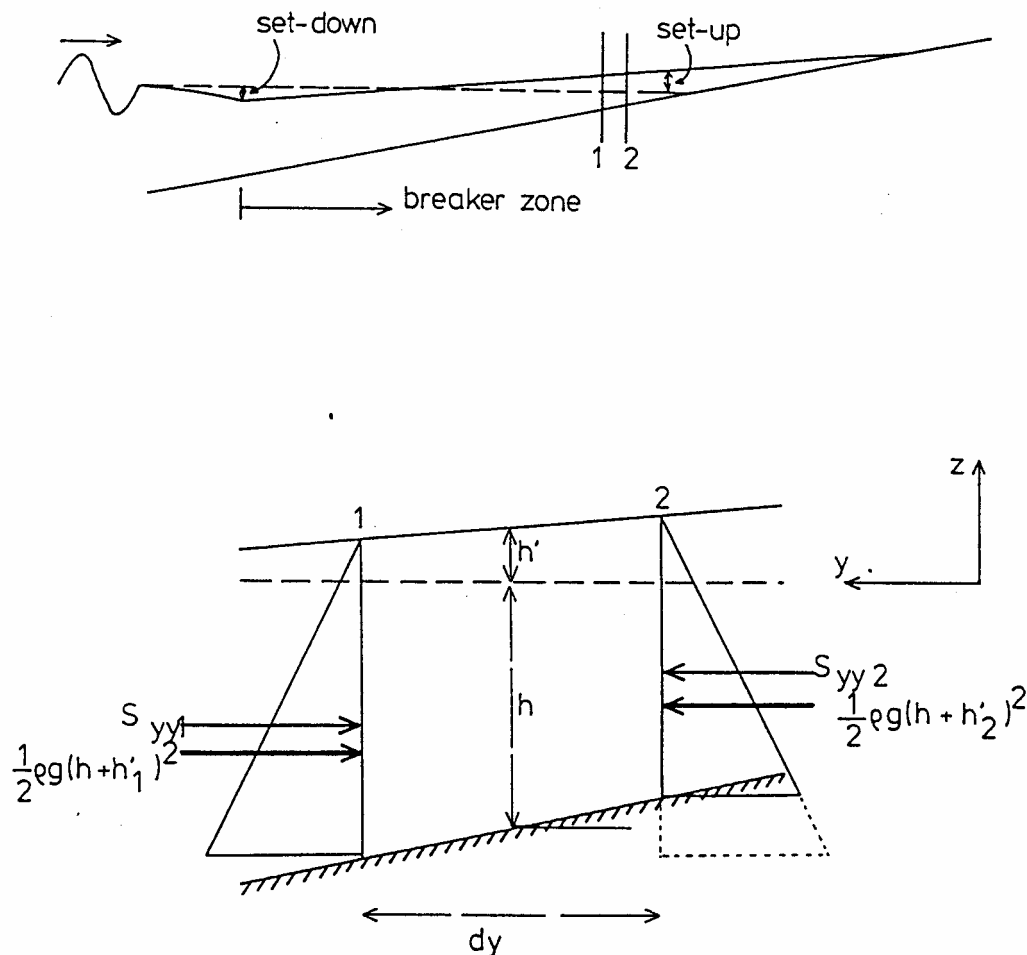


Figura 11.7. Schema di riferimento per l'analisi della componente S_{yy} radiation stress.

L'equazione (11.14) mostra esplicitamente il bilancio tra il gradiente di S_{yy} e il gradiente di pressione media integrata sulla verticale.

Nella regione esterna alla "surf zone" le dissipazioni di energia, in prima battuta possono essere trascurate. Il bilancio di energia si riduce quindi alla seguente espressione:

$$Enc = \text{costante} = E_o n_o c_o \quad (11.15)$$

da cui è possibile calcolare le variazioni di E rispetto ad y . Di conseguenza la componente S_{yy} ($=S_{xx}$) può essere calcolata contestualmente alle variazioni di n (funzione di y) e la equazione (11.14) può essere integrata. Adottando come condizione iniziale $h'=0$ in acque profonde, si ricava:

$$h' = -\frac{1}{8} \frac{kH^2}{\sinh(2kh'')}; \quad (11.16)$$

dove:

- H è l'altezza d'onda locale ($H = k_s H_o$);

- k è il numero d'onda;
- h'' la profondità media locale.

La (11.16) mostra una diminuzione di livello medio del mare man mano che si procede verso la costa. Tale fenomeno è detto “set-down”. Il valore di h' , così come predetto dalla (11.16), è in buon accordo con i risultati sperimentali (vedere figura 11.8) eccetto che in prossimità della linea di frangimento.

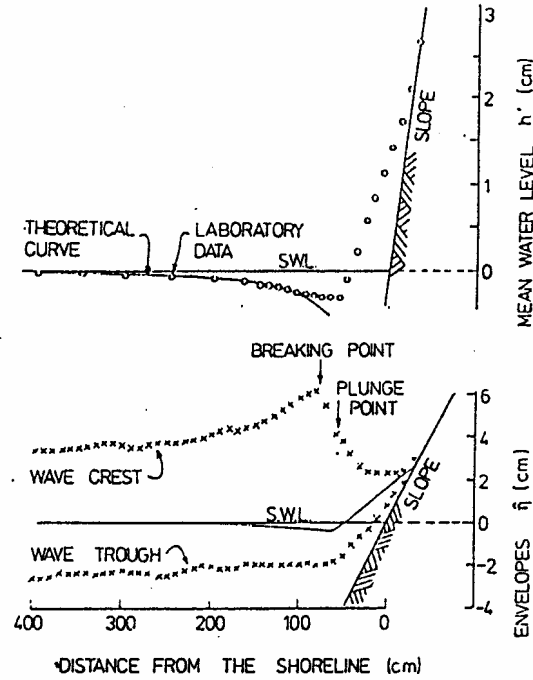


Figura 11.8. Misure di laboratorio di h' su di una spiaggia piana caratterizzata da una pendenza di 1:11; $T=14s$; $H_o=6.45 \cdot 10^{-2}m$; $H_b=8.55 \cdot 10^{-2}m$. La linea “teorica” rappresenta l’equazione (16) (da Bowen *et al.*; 1968).

In acque molto basse ($kh \ll 1$) l’equazione (11.16) può essere approssimata dalla seguente espressione:

$$h' = -\frac{1}{16} \frac{H^2}{h''}; \quad (11.17)$$

In prossimità della linea di frangimento la variazione del livello medio del mare segue molto bene l’andamento descritto dalla (11.17) in cui l’altezza d’onda è ricavata dalla condizione di frangimento ($H=H_b=\gamma h_b$).

$$h'_b = -\frac{1}{16} \frac{H_b^2}{h_b} = -\frac{1}{16} \gamma^2 H_b = -\frac{1}{16} \gamma^2 h_b; \quad (11.18)$$

dove il pedice “b” sta ad indicare che il valore delle grandezze deve essere riferito in prossimità del frangimento.

Per $\gamma=0.8$, la (11.18) si particolarizza come segue:

$$h'_b \approx -\frac{1}{20} H_b \approx -\frac{1}{25} h_b; \quad (11.19)$$

tuttavia valori osservati di set down al frangimento sono risultati più piccoli del valore espresso dalla (11.19). Tali differenze possono essere ascritte all'adozione della teoria lineare anche in prossimità del frangimento, ossia laddove tale teoria cessa di essere valida.

Da tutto quanto sopra si evince che in prossimità del frangimento vi è un abbassamento del livello medio del mare proporzionale a γ e H_b . Si noti come: per un'assegnata altezza d'onda su profondità infinita H_o , l'esatto valore del set-down dipenda da parecchi parametri (pendenza della spiaggia e periodo dell'onda) attraverso l'indice di frangimento γ .

Quando si verifica un frangimento di tipo "spilling", la relazione diretta tra altezza d'onda e profondità d'acqua rimane valida anche attraverso la cosiddetta "breaker-zone":

$$H(y) = \gamma[h(y) + h'(y)] \quad (11.20)$$

dove:

- $H(y)$ è l'altezza d'onda nel punto y ;
- $h(y)$ è la profondità locale al punto y calcolata rispetto al livello di quiete;
- $h'(y)$ è la variazione locale di profondità al punto y dovuta alla presenza del moto ondoso.

Adottando l'approssimazione per acque basse ($n=1$) si ricava:

$$\begin{aligned} S_{yy} &= (2n-1/2)E = 3/2E = 3/2(1/8)\rho g H^2 = \\ &= (3/16)\gamma^2 \rho g (h+h')^2; \end{aligned} \quad (11.21)$$

sostituendo la (11.21) nella (11.14) si ricava:

$$3/8\gamma^2 \rho g (h+h') \frac{d(h+h')}{dy} + \rho g (h+h') \frac{dh'}{dy} = 0 \quad (11.22)$$

Per il gradiente del set-up si ricava:

$$\frac{dh'}{dy} = -3/8\gamma^2 \frac{d(h+h')}{dy} \quad (11.23)$$

che espressa in termini di pendenza del fondo "s" può essere riscritta come segue:

$$\frac{dh'}{dy} = -\frac{(3/8)\gamma^2}{1+(3/8)\gamma^2} s \quad (11.24)$$

Si può notare da quest'ultima come vi sia un aumento della profondità media del mare come risultato di una diminuzione dei valori di S_{yy} conseguenti alla riduzione di altezza d'onda. Il gradiente è proporzionale alla pendenza.

L'aumento totale del livello medio del mare nella cosiddetta "surf zone" può essere calcolato integrando la (11.24) dal frangimento al punto di massimo set-up. Tale integrazione porge:

$$\Delta h = 3/8\gamma^2 h_b \quad (11.25)$$

dove:

- Δh rappresenta la variazione di livello medio del mare a partire dal frangimento;

poiché Δh è positivo, è lecito attendersi un aumento di livello medio del mare man mano che ci si avvicina alla linea di spiaggia. Ricordando che il livello medio del mare in prossimità della linea di frangimento è inferiore al livello di quiete (vedere equazione (11.19)), si ricava che (vedere Figura 11.9) il valore assoluto del livello del mare relativo alla condizione di quiete è dato dalla relazione seguente:

$$h'_s = h'_b + \Delta h \approx \frac{5}{16} \gamma H_b \quad (11.25)$$

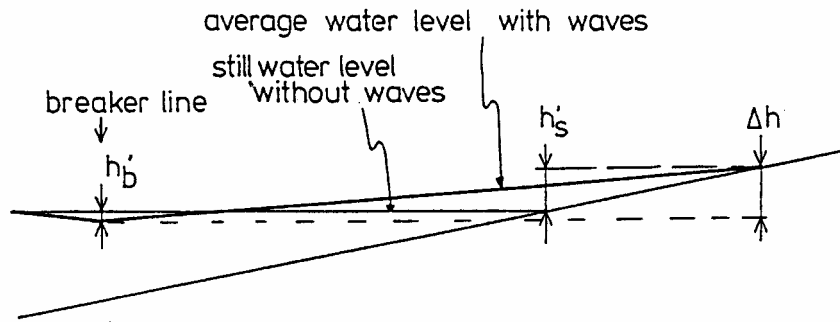


Figura 11.9. Andamento del livello medio del mare in presenza di moto ondoso.

L'aumento totale di livello medio del mare nella surf-zone può anche essere calcolato dall'equilibrio delle forze nella zona dei frangenti (vedere figura 11.10).

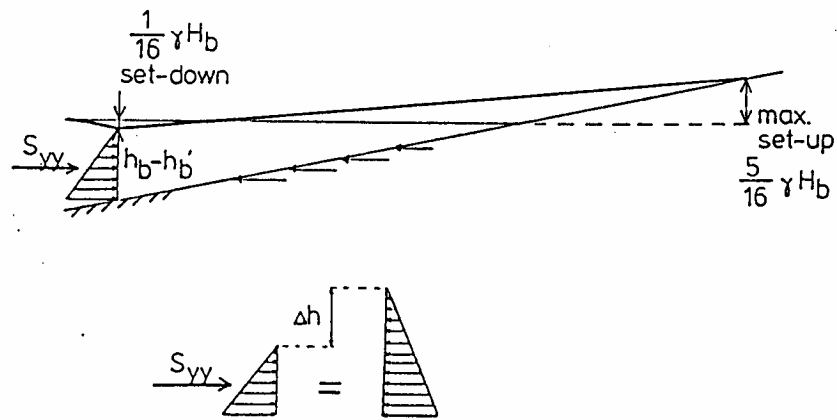


Figura 11.10. Rappresentazione delle forze che devono equilibrarsi nella zona dei frangenti.

In formule:

forza idrostatica + radiation stress = forza idrostatica lungo il fondo

$$\frac{1}{2} \rho g h_b^2 + (3/16) \gamma^2 \rho g h_b^2 = \frac{1}{2} \rho g h_b (h_b + \Delta h); \quad (11.26)$$

da cui si ricava:

$$\Delta h = \frac{3}{8} \gamma^2 h_b = \frac{3}{8} \gamma H_b; \quad (11.27)$$

ESEMPIO

Calcolare il set-up provocato, su di una spiaggia piana caratterizzata da una pendenza $s=0.01$, da un'onda avente le seguenti caratteristiche:

- $H_0=5.0$ m;
- $T=11$ s;
- $\gamma=0.7$;
- $\phi=0^\circ$.

Per la determinazione della linea di frangimento è indispensabile adottare una procedura per tentativi che, secondo una strategia che sarà meglio definita nel seguito, fornisce:

- $h_b = 7.8$ m (profondità in corrispondenza del frangimento senza considerare il set-down);
- $H_b = 5.5$ m (altezza d'onda al frangimento).

Sulla base di detti valori il set-down in corrispondenza dell'inizio della zona dei frangenti può essere calcolato sulla base della relazione (11.18):

$$h'_b = -\frac{1}{16}(0.7)^2(7.8) = -0.24\text{m}$$

I cambiamenti di livello del mare attraverso la zona dei frangenti seguono l'equazione (11.25), ossia:

$$\Delta h = \frac{3}{8}(0.7)^2(7.8) = 1.43\text{m};$$

In definitiva quindi, l'aumento di livello d'acqua in prossimità della costa, valutato rispetto alla condizione di quiete, è pari a:

$$h'_s = \Delta h + h'_b = 1.19\text{m}.$$

La Figura 11.11 riporta in funzione della profondità l'andamento del set-up. E' opportuno precisare che la prima parte della curva è stata tracciata sulla base dell'equazione (11.16) che rappresenta l'andamento del set-down fino al frangimento, mentre la seconda parte della curva (ossia quella ad andamento lineare) è stata tracciata congiungendo il punto di massimo set-down (al frangimento calcolato con la (11.16)) con il punto di massimo set-up in corrispondenza della costa valutato rispetto al livello di quiete.

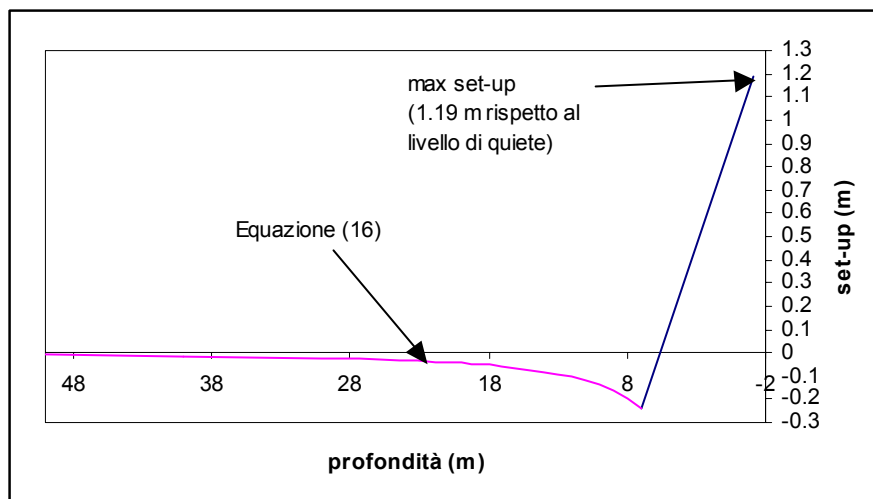


Figura 11.11. Rappresentazione dell'andamento del set-down e del set-up (rispetto al livello di quiete) in funzione della profondità.

Il set-up è un fenomeno che segue all'azione di numerosi treni d'onda. Nel caso di onde irregolari il problema che sorge è quello di selezionare la giusta altezza d'onda per calcolare correttamente il set-up. Infatti le altezze più alte sono troppo poco frequenti per poter dare un contributo significativo al set-up. Per questo motivo (vedere *Shore Protection Manual*, 1984) viene suggerito ai fini progettuali l'adozione della radice quadratica media dell'altezza d'onda o H_{rms} .

E' opportuno ricordare come il set-up provocato dal moto ondoso non abbia nulla a che vedere con il set-up provocato dall'azione del vento. I due fenomeni sono assolutamente non correlati tra loro, come dimostra peraltro il fatto che il primo è un fenomeno costiero, mentre il secondo agisce su ampie distese di fetch.

Se le condizioni del moto ondoso variano lungo la costa, cosa che può accadere a seguito dei fenomeni di rifrazione, diffrazione, ovvero di cambiamento di figure di breaking (ossia di pendenza della spiaggia), appare evidente che il set-up varierà anch'esso lungo la costa. Si verranno in definitiva a stabilire livelli d'acqua differenti tra punti lungo la costa che, ovviamente, produrranno gradienti di pressione. Questi gradienti di pressione possono contribuire in maniera significativa alla generazione di correnti litoranee. Con riferimento alla Figura 11.12, ad esempio, si può vedere come sia possibile avere una corrente litoranea verso il porto prodotta dall'attacco obliquo del moto ondoso, nonostante a prima vista si direbbe che la corrente litoranea debba essere diretta in verso opposto.

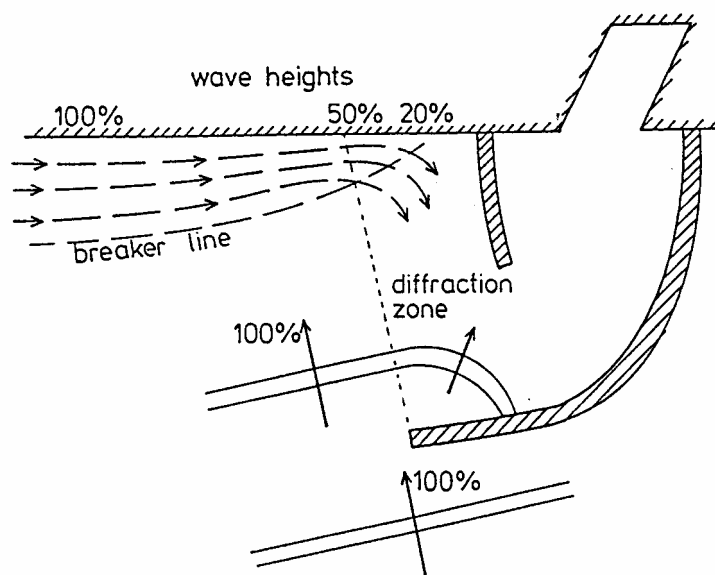


Figura 11.12. Esempio di correnti litoranee causate da onde soggette al fenomeno di diffrazione dovuto alla presenza di un porto.

Oltre al fenomeno di set-up, il frangimento produce alcune correnti nella zona dei frangenti dovute al fatto che lungo la verticale si ha una variazione di radiation stress legato al moto delle particelle d'acqua che passa da un massimo in prossimità della superficie ad un minimo al fondo. In definitiva si hanno delle correnti schematicamente rappresentate in Figura 11.13.

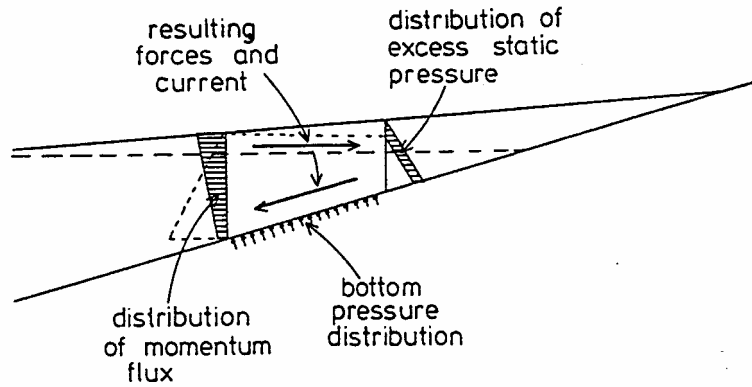


Figura 11.13. Circolazione nella zona dei frangenti.

11.2.1.2.2. Influenza della componente S_{yx} (radiation shear stress)

La componente in oggetto agisce parallelamente alla costa. Cambiamenti in questa componente tangenziale del radiation stress producono una forza che agisce parallela alla costa e che produce la corrente litoranea (longshore current nella letteratura anglosassone). Le componenti tangenziali del radiation stress hanno origine da un attacco obliquo del moto ondoso. Infatti, come si evince dalla Figura 11.14, nel ricavare da un attacco obliquo del moto ondoso le componenti S_{xx} e S_{yy} , rispettivamente parallele e ortogonali alla costa, si ritrovano anche le componenti tangenziali.

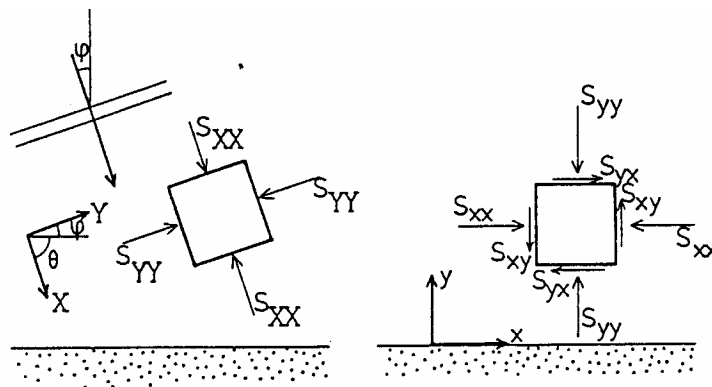


Figura 11.14. Rappresentazione delle componenti tangenziali del radiation stress dovute ad un attacco obliquo del moto ondoso.

Poiché le onde che si avvicinano alla costa modificano le loro caratteristiche in acque intermedie, è opportuno individuare i cambiamenti nelle componenti tangenziali del radiation stress in questa zona, ossia al largo della zona dei frangenti. I passi essenziali sono riportati nel seguito, tuttavia si rimanda a *Bowen* (1969) per maggiori dettagli.

Dalla terza equazione riportata nelle (11.13), qui di seguito ripetuta per completezza, si è visto che:

$$S_{yx} = \frac{S_{xx} - S_{yy}}{2} \sin(2\theta);$$

Ricordando che le componenti principali sono:

$$- S_{xx} = \left(2n - \frac{1}{2}\right)E;$$

$$- S_{YY} = \left(n - \frac{1}{2} \right) E ;$$

e che $\vartheta + \varphi = \pi / 2$ (vedere Figura 11.14), per cui $\sin(2\vartheta) = 2 \sin(\vartheta) \cos(\vartheta) = 2 \sin(\varphi) \cos(\varphi)$, per la componente tangenziale del radiation stress si ricava:

$$S_{yx} = \frac{S_{XX} - S_{YY}}{2} \sin(2\theta) = \frac{En}{2} \sin(2\varphi) = En \sin(\varphi) \cos(\varphi) \quad (11.28)$$

Dalla teoria della rifrazione si ha che:

$$EnCb = \text{costante} = E_o n_o C_o b_o \quad (11.29)$$

valida fuori dalla regione dei frangenti e in cui:

- C è la celerità dell'onda;
- b è la distanza tra due ortogonali d'onda.

Inoltre è stato anche ricavato (vedere Figura 11.15):

$$\frac{\sin(\varphi)}{C} = \frac{\sin(\varphi_o)}{C_o} \quad (11.30)$$

$$\frac{\cos(\varphi)}{b} = \frac{\cos(\varphi_o)}{b_o}$$

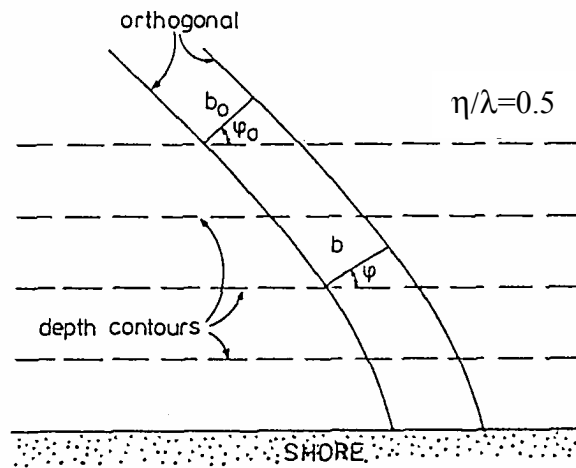


Figura 11.15. Richiamo dei principi della teoria della rifrazione per batimetrie rettilinee e parallele.

Da cui si ricava:

$$bC = \frac{(b_o C_o)}{\sin(\varphi_o) \cos(\varphi_o)} \sin(\varphi) \cos(\varphi) \quad (11.31)$$

sostituendo la (11.31) nella (11.29) e ricordando l'espressione (11.28), si ottiene un risultato piuttosto sorprendente:

$$S_{yx} = E_o n_o \sin(\varphi_o) \cos(\varphi_o) = \text{costante} \quad (11.32)$$

e pertanto la forza proporzionale a dS_{yx}/dy è zero anche se le caratteristiche del moto ondoso cambiano prima della surf zone.

ESEMPIO

Assegnate le seguenti caratteristiche del moto ondoso:

- $H_o = 2 \text{ m}$;
- $\phi_o = 30^\circ$;

calcolare la componente tangenziale del radiation stress.

Poiché:

$$E_o = \frac{1}{8} \rho g H_o^2 = 4905 \text{ N / m};$$

$$n_o = 0.5$$

ne segue che:

$$S_{yx} = E_o n_o \sin(\phi_o) \cos(\phi_o) = 1062 \text{ N / m}$$

Poiché la (11.29) è valida solo al di fuori della zona dei frangenti, risulta chiaro che in detta zona bisogna condurre un'ulteriore analisi.

Ricordando che:

$$S_{yx} = E n \sin(\phi) \cos(\phi)$$

e sostituendo la (11.30), ossia la legge di Snell:

$$S_{yx} = E n c \cos(\phi) \frac{\sin(\phi_o)}{c_o}$$

Ricordando sia l'espressione per E , sia il criterio di breaking ($H_b = \gamma h_b$) valido in questa regione, la precedente porge:

$$S_{yx} = \frac{1}{8} \frac{\sin(\phi_o)}{c_o} \rho g \gamma^2 [h^2 n c \cos(\phi)] \quad (11.33)$$

in cui solo i termini entro la parentesi quadra dipendono da y , per cui, differenziando, si ottiene:

$$\begin{aligned} \frac{dS_{yx}}{dy} &= \frac{1}{8} \frac{\sin(\phi_o)}{c_o} \rho g \gamma^2 \cdot \\ &\cdot \left[2hnc \cos(\phi) \frac{dh}{dy} + h^2 c \cos(\phi) \frac{dn}{dy} + h^2 n \cos(\phi) \frac{dc}{dy} - h^2 nc \sin(\phi) \frac{d\phi}{dy} \right] \end{aligned} \quad (11.34)$$

E' opportuno ribadire che questo risultato è valido solo all'interno della zona dei frangenti. Esso può essere semplificato adottando le approssimazioni valide in acque basse, ossia nella fattispecie:

$$\begin{aligned} n &= 1; & dn/dy &= 0; \\ \cos(\phi) &= 1; & d\phi/dy &= 0; \\ C &= \sqrt{gh}; & \frac{dC}{dy} &= \frac{1}{2} \frac{\sqrt{g}}{\sqrt{h}} \frac{dh}{dy}; \end{aligned} \quad (11.35)$$

per cui si ricava:

$$\frac{dS_{yx}}{dy} = \frac{1}{8} \frac{\sin(\varphi_o)}{C_o} \rho g \gamma^2 \cdot \left[2h\sqrt{gh} \frac{dh}{dy} + h^2 \frac{1}{2} \frac{\sqrt{g}}{\sqrt{h}} \frac{dh}{dy} \right] \quad (11.36)$$

ovvero:

$$\begin{aligned} \frac{dS_{yx}}{dy} &= \frac{1}{8} \frac{\sin(\varphi_o)}{C_o} \rho g \gamma^2 \cdot \left[2.5h\sqrt{gh} \frac{dh}{dy} \right] = \\ &= \frac{5}{16} \rho \gamma^2 \cdot [gh]^{(3/2)} \frac{\sin(\varphi_o)}{C_o} s \end{aligned} \quad (11.37)$$

dove:

- C_o è la celerità dell'onda su profondità infinita;
- g è l'accelerazione di gravità;
- h è la profondità;
- s è la pendenza del fondo (pari a dh/dy);
- γ è l'indice di breaking;
- ρ è la densità;
- ϕ_o è l'angolo di attacco del moto ondoso in acque profonde.

La (11.37) fornisce dunque il contributo della componente tangenziale del radiation stress alla forza parallela alla costa che agisce su di un elemento d'acqua di spessore dy e profondità h .

ESEMPIO

Assegnate le seguenti caratteristiche del moto ondoso:

- $H_o = 2$ m;
- $\phi_o = 30^\circ$;
- $T = 7$ s;
- $s = 1:100$;
- $\gamma = 0.8$;

calcolare la componente tangenziale del radiation stress.

Tabella 11.II. Andamento delle componenti tangenziali del radiation stress in funzione della distanza dalla linea di spiaggia.

y (m)	h (m)	L (m)	c (m/s)	n (-)	ϕ (gradi)	b	k_s	H (m)	H_{limite} (m)	S_{yx} (N/m)	dS_{yy}/dy (N/m ²)
0	0	0	0	-	0.0	1.15	0.00	-	0		0.0
10	0.1	6.92	0.99	1.00	2.6	1.15	2.35	4.4	0.08	0.4	0.1
20	0.2	9.78	1.40	0.99	3.7	1.15	1.98	3.7	0.16	2.0	0.5
40	0.4	13.79	1.97	0.99	5.2	1.15	1.67	3.1	0.32	11.2	1.0
60	0.6	16.84	2.41	0.98	6.3	1.15	1.52	2.8	0.48	30.4	1.6
80	0.8	19.39	2.77	0.98	7.3	1.15	1.42	2.7	0.64	61.8	2.3
100	1	21.62	3.09	0.97	8.1	1.14	1.35	2.5	0.8	106.9	3.0
120	1.2	23.62	3.37	0.97	8.9	1.14	1.29	2.4	0.96	166.9	3.8
140	1.4	25.44	3.63	0.96	9.6	1.14	1.25	2.3	1.12	242.9	4.6
160	1.6	27.12	3.87	0.96	10.2	1.14	1.21	2.3	1.28	335.7	5.5
180	1.8	28.68	4.10	0.95	10.8	1.13	1.18	2.2	1.44	445.9	6.4
200	2	30.15	4.31	0.95	11.4	1.13	1.16	2.2	1.6	574.5	7.4
220	2.2	31.54	4.51	0.94	11.9	1.13	1.14	2.1	1.76	721.7	8.3
240	2.4	32.84	4.69	0.94	12.4	1.13	1.12	2.1	1.92	887.8	8.7
260	2.6	34.08	4.87	0.93	12.9	1.13	1.10	2.1	2.08	1062.0	0
280	2.8	35.28	5.04	0.93	13.3	1.12	1.08	2.0	2.24	1062.0	0
300	3	36.41	5.20	0.92	13.8	1.12	1.07	2.0	2.4	1062.0	0
320	3.2	37.49	5.36	0.92	14.2	1.12	1.06	2.0	2.56	1062.0	0
340	3.4	38.53	5.50	0.91	14.6	1.12	1.04	2.0	2.72	1062.0	0
360	3.6	39.53	5.65	0.91	15.0	1.12	1.03	2.0	2.88	1062.0	0
380	3.8	40.50	5.79	0.90	15.4	1.11	1.02	1.9	3.04	1062.0	0
400	4	41.42	5.92	0.90	15.7	1.11	1.02	1.9	3.2	1062.0	0

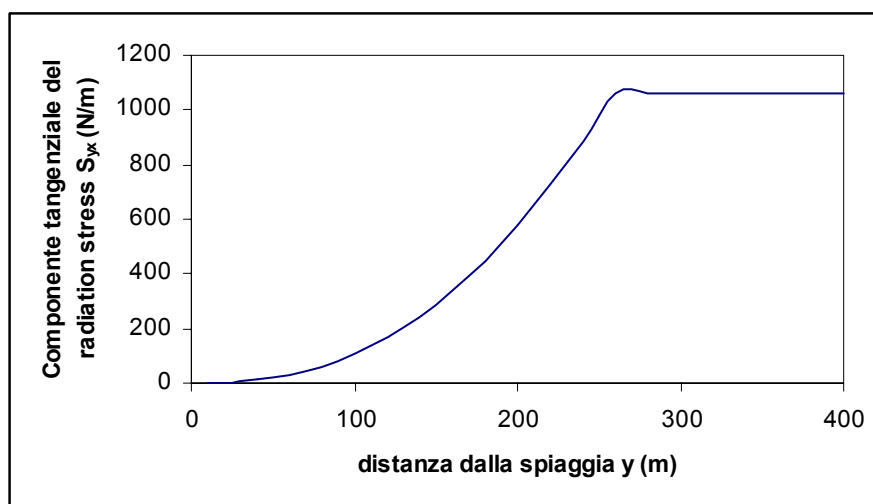


Figura 11.16. Andamento della componente tangenziale del radiation stress in funzione della distanza dalla spiaggia. Si noti come fino a quando non si realizza il frangimento, non si hanno variazioni di S_{xy} .

11.2.2. Forze di marea

La marea provoca gradienti nel livello medio del mare. Questi gradienti provocano delle forze che influenzano le correnti litoranee.

L'equazione del moto di un'onda di marea che si propaga lungo la costa deriva dalla teoria delle onde lunghe, per cui:

$$-\frac{\partial V}{\partial t} - V \frac{\partial V}{\partial x} - g \frac{\partial \tilde{Z}}{\partial x} = \frac{gV|V|}{\tilde{C}^2 h} \quad (11.38)$$

dove:

- \tilde{C} è il coefficiente di Chezy;
- g è l'accelerazione di gravità;
- h è la profondità;
- V la velocità mediata sulla profondità;
- x la coordinata lungo la costa;
- \tilde{Z} è l'elevazione dovuta alla marea;
- t è il tempo.

In questa equazione i primi tre termini rappresentano le forzanti, mentre il quarto termine è significativo delle resistenze.

La forzante che contribuisce alla valutazione della corrente litoranea si può ottenere dalla (38) integrando i primi tre termini sulla profondità e moltiplicando il tutto per la densità.

$$F_{marea} = \rho \left[h \frac{\partial V}{\partial t} + hV \frac{\partial V}{\partial x} + gh \frac{\partial \tilde{Z}}{\partial x} \right] \quad (11.39)$$

Continuando con questa approssimazione unidimensionale e, considerando l'effetto della marea assimilabile a quello prodotto da:

$$\tilde{Z} = \hat{Z} \cos(\Omega t - kx) \quad (11.40)$$

dove:

- \hat{Z} è l'ampiezza dell'onda di marea;
- k è il numero d'onda della marea ($2\pi/L_{marea}$);
- Ω è la frequenza angolare della marea.

Analogamente la velocità può essere espressa come:

$$V = \hat{V} \sin(\Omega t - kx) \quad (11.41)$$

dove:

- \hat{V} è l'ampiezza della corrente mareale;

Sostituendo la (11.40) e la (11.41) nella (11.39), si ottiene:

$$F_{marea} = -\rho h \hat{V} \left[-\Omega - k \hat{V} \sin(\Omega t - kx) \right] \cos(\Omega t - kx - \psi) - \rho g k h \hat{Z} \sin(\Omega t - kx) \quad (11.42)$$

Tuttavia la procedura suggerita da quest'ultima espressione non è agevole, per cui essa si semplifica mantenendo solo il primo e l'ultimo termine, essendo di gran lunga più significativi degli altri, ossia, in formule:

$$F_{marea} \approx -\rho h [\hat{V} \Omega \cos(\Omega t - kx) + gk\hat{Z} \sin(\Omega t - kx)] \quad (11.43)$$

I parametri presenti nella (11.43) non possono essere valutati attraverso la misurazione della marea in un punto. Sono infatti necessarie misurazioni contemporanee in più punti. Inoltre le misurazioni delle caratteristiche delle maree sotto costa sono difficili da effettuarsi a causa dell'influenza del moto ondoso, per cui è preferibile effettuare dette misurazioni in assenza di onde.

La forza mareale ottenuta dall'analisi dell'elevazione dell'onda di marea può essere sia positiva che negativa.

Un'approssimazione del profilo di velocità causato dalla marea, in funzione della distanza dalla spiaggia, è data dalla formula di Chezy, ossia:

$$V = \tilde{C} \sqrt{hi} \quad (11.44)$$

11.2.3. Forze dovute alla turbolenza

Le forze turbolente tendono principalmente a “smussare” i profili di velocità (vedere Figura 11.17)

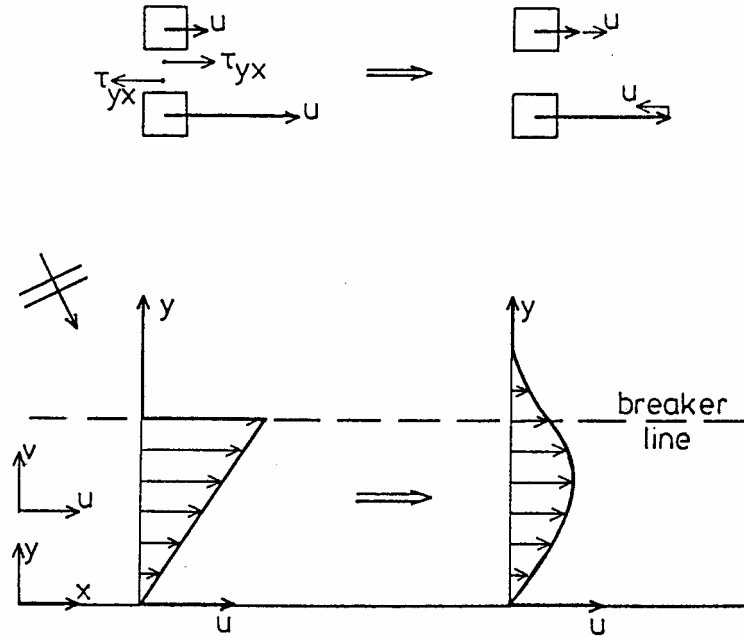


Figura 11.17. Effetto della turbolenza sui profili di velocità della corrente longitudinale.

Qui l'attenzione è focalizzata su di un piano $y=\text{costante}$ e sul gradiente di velocità nella direzione y , $\Delta u/\Delta y$ dove u è la componente di velocità lungo x . Questo trasferimento di quantità di moto può essere interpretato come uno sforzo tangenziale su detto piano.

Dalla teoria della turbolenza è noto che:

$$\tau_{yx} = \rho u'v' = \rho \varepsilon_y \frac{\Delta u}{\Delta y} \quad (11.45)$$

dove:

- u è la componente di velocità lungo x , ossia lungo l'asse parallelo alla spiaggia;
- u' è la componente di agitazione turbolenta nella direzione x ;
- v' è la componente di agitazione turbolenta nella direzione y ;

- ε_y è la viscosità turbolenta, ossia il coefficiente di diffusione turbolenta;
- ρ è la densità dell'acqua.

La viscosità turbolenta può esprimersi come prodotto di una lunghezza scala per una velocità scala, ossia:

$$\varepsilon_y = l\tilde{v} \quad (11.46)$$

Thornton (1970) ha fornito una teoria per il problema della turbolenza per cui sia \tilde{v} che l sono da correlare al moto ondoso e precisamente alla velocità orbitale orizzontale delle particelle e allo spostamento delle particelle rispettivamente. *Battjes* (1975), postulando che la maggior sorgente di turbolenza è data dalla dissipazione di energia delle onde, suggerisce la profondità locale come lunghezza scala. E' comunque da tenere presente che, come provato sperimentalmente su modello da *Swart* (1974), i valori di ε_y devono essere dell'ordine di 10^{-2} m²/s. Con i criteri di similitudine tale valore è, in linea di principio, convertibile su scala di prototipo.

11.2.4. Forze d'attrito

Queste forze agiscono in presenza di correnti longitudinali e sono causate dall'attrito che la spiaggia esercita sulla colonna d'acqua soprastante. Dette forze sono ovviamente legate alle componenti di velocità delle particelle d'acqua. Tuttavia, nella zona dei frangenti è veramente difficile determinare dette componenti di velocità anche assumendo drastiche semplificazioni.

In definitiva, semplificando notevolmente il problema, è possibile affermare che l'attrito ad una generica quota z_t dal fondo è dato dalle seguenti espressioni di tensioni tangenziali, diversificate nel caso di onde, di correnti e di onde e correnti sovrapposte.

Correnti:

$$\tau_c = \rho k^2 V_t^2 \quad (11.47)$$

con:

$$V_t = \frac{V^*}{k} = \frac{\sqrt{g}}{k\tilde{C}} V \quad (11.48)$$

Onde:

$$\tau_w = \rho k^2 u_t^2 \quad (11.49)$$

con:

$$u_t = p u_o \sin(\omega t) = \frac{1}{k} \sqrt{\frac{f_w}{2}} u_o \sin(\omega t) \quad (11.50)$$

essendo u_o la velocità orbitale al fondo.

Onde e correnti.

In questo caso la prima cosa da fare è determinare la velocità alla quota z_t come somma vettoriale del contributo della velocità dovuta al campo di moto prodotto dalle onde (u_t) e del contributo dovuto alla corrente (V_t). Assumendo che il moto ondoso attacchi con un angolo ϕ rispetto alla direzione della corrente (vedere Figura 11.18), si ha:

$$\vec{V}_r = \vec{V}_t + \vec{u}_t \quad (11.51)$$

da cui

$$V_r = \sqrt{V_t^2 + (pu_o \sin(\omega t))^2 + 2V_t pu_o \sin(\omega t) \sin(\phi)} \quad (11.52)$$

$$\cos(\vartheta) = \frac{V_t + pu_o \sin(\omega t) \sin(\phi)}{V_r} \quad (11.53)$$

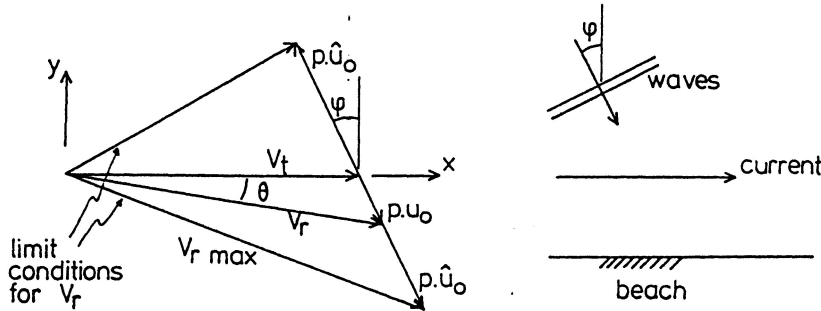


Figura 11.18. Vista dall'alto delle singole componenti di velocità di onde e correnti alla generica quota z_t dal fondo.

A questo punto risulta immediato la valutazione della tensione tangenziale dovuta alla contemporanea presenza di onde e correnti:

$$\tau_{cw} = \rho k^2 V_r^2 \quad (11.54)$$

Ovviamente questa tensione tangenziale varia in ogni istante a causa delle componenti di velocità del moto ondoso come si evince chiaramente dalla Figura 11.19 di seguito riportata.

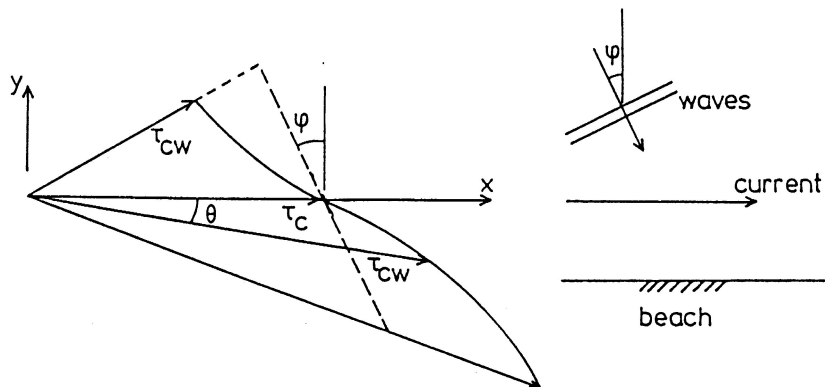


Figura 11.19. Tensioni tangenziali dovute alla contemporanea presenza di onde e correnti ad una generica altezza z_t dal fondo.

Ai fini della valutazione del trasporto in sospensione o al fondo, non è tanto importante il valore istantaneo della tensione tangenziale, essendo quest'ultimo anche inferiore ai valori critici che mobilitano i sedimenti, quanto piuttosto il valore medio temporale $\overline{\tau_{cw}}$ indipendente dalla direzione.

Bijker ha sviluppato una espressione per la tensione tangenziale al fondo media (particolarmente importante per la mobilitazione dei sedimenti):

$$\overline{\tau_{cw}} = \overline{\rho k^2 V_r^2} = \overline{\rho k^2 \left(V_t^2 + (p u_o \sin(\omega t))^2 + 2 V_t p u_o \sin(\omega t) \sin(\phi) \right)} \quad (11.55)$$

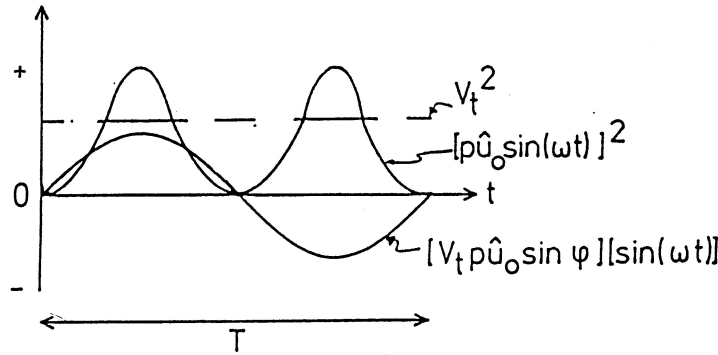


Figura 11.20. Andamento istantaneo delle componenti che determinano la tensione tangenziale media dovuta alle onde e alle correnti.

Ricordando che:

$$\begin{aligned} \frac{1}{T} \int_0^T \sin(\omega t) dt &= 0; \\ \frac{1}{T} \int_0^T \sin^2(\omega t) dt &= \frac{1}{2}; \end{aligned} \quad (11.56)$$

la (11.55) si riduce a:

$$\overline{\tau_{cw}} = \rho k^2 \left(V_t^2 + \frac{1}{2} (p u_o)^2 \right) \quad (11.57)$$

u_o si ricorda essere la massima velocità al fondo (al di fuori dello strato limite) dovuta al moto ondoso. Inoltre, essendo $\tau_c = \rho k^2 V_t^2$ e $V_t = \frac{\sqrt{g}}{kC} V$, è stato ricavato dallo stesso *Bijker*:

$$\overline{\tau_{cw}} = \tau_c \left[1 + \frac{1}{2} \left(\xi \frac{u_o}{V} \right)^2 \right] \quad (11.58)$$

dove:

$$\xi = \frac{pkC}{\sqrt{g}} = C \sqrt{\frac{f_w}{2g}} \quad \text{essendo: } p = \sqrt{\frac{f_w}{2k^2}}.$$

La tensione tangenziale istantanea dovuta all'azione combinata di onde e correnti τ_{cw} è, così calcolata, diretta secondo V_r . Tuttavia, le correnti litoranee sono dirette lungo x e sono principalmente influenzate dalla componente lungo x di detta tensione tangenziale, al contrario di quanto avviene per il trasporto di sedimenti che è, invece influenzato, dalla tensione tangenziale totale. Volendosi concentrare sulla componente x , si ha:

$$\tau_{cwx} = \tau_{cw} \cos(\vartheta) \quad (11.59)$$

ma per la (11.54) $\tau_{cw} = \rho k^2 V_r^2$; mentre per la (11.52) e (11.53) si è visto che $V_r = \sqrt{V_t^2 + (p u_o \sin(\omega t))^2 + 2 V_t p u_o \sin(\omega t) \sin(\phi)}$; $\cos(\vartheta) = \frac{V_t + p u_o \sin(\omega t) \sin(\phi)}{V_r}$, per cui:

$$\tau_{cwx} = \rho k^2 V_r [V_t + p u_o \sin(\omega t) \sin(\phi)] \quad (11.60)$$

Per ottenere il valore medio temporale della (11.60) bisogna integrare rispetto al tempo. L'integrale che si ottiene è il seguente:

$$\overline{\tau_{cwx}} = \frac{2\tau_c}{T} \cdot \int_{-T/4}^{T/4} \left\{ \left[1 + \xi \frac{u_o}{V} \sin(\alpha) \sin(\phi) \right] \cdot \left[1 + \left(\xi \frac{u_o}{V} \sin(\alpha) \right)^2 + 2\xi \frac{u_o}{V} \sin(\alpha) \sin(\phi) \right]^{0.5} \right\} dt \quad (11.61)$$

Bijker (1967) ha adottato una procedura numerica per stimare l'integrale (11.61) per diversi valori delle variabili V , u_o , $\tilde{\beta}$ e ϕ . Quindi, con una procedura del tipo "best fit", ha determinato le seguenti espressioni valide per $\phi < 20^\circ$:

$$\begin{aligned} \overline{\tau_{cwx}} &= \tau_c \left[0.75 + 0.45 \left(\tilde{\beta} \frac{u_o}{V} \right)^{1.13} \right]; \\ \overline{\tau_{cwx}} &= \frac{\rho g V^2}{\tilde{C}^2} \left[0.75 + 0.45 \left(\tilde{\beta} \frac{u_o}{V} \right)^{1.13} \right]. \end{aligned} \quad (11.62)$$

Quest'ultima stabilisce una relazione tra la tensione tangenziale e la velocità, utilizzabile per determinare le caratteristiche di una longshore current determinata dal moto ondoso.

Per ottenere un'espressione più agevole da utilizzare, basta introdurre l'approssimazione per cui ϕ (angolo formato dalle creste con la corrente litoranea) sia molto piccolo. Tale approssimazione risulta peraltro relativamente valida, basti pensare infatti al fenomeno di rifrazione. In formule tale ipotesi si traduce in un'ulteriore approssimazione, ossia si ipotizza che:

$$\phi \rightarrow 0; \quad \sin(\phi) \rightarrow 0 \quad (11.63)$$

con tale approssimazione per l'integrale espresso dalla (11.61) si ottiene la seguente formula:

$$\overline{\tau_{cwx}} = \frac{2\tau_c}{T} \cdot \int_{-T/4}^{T/4} \left\{ \left[1 + \left(\tilde{\beta} \frac{u_o}{V} \sin(\alpha) \right)^2 \right]^{0.5} \right\} dt \quad (11.64)$$

Assumendo inoltre che:

$$\tilde{\beta} \frac{u_o}{V} \gg 1 \quad (11.65)$$

è possibile risolvere l'integrale (trascurando la costante 1) che conduce alla seguente espressione:

$$\overline{\tau_{cwx}} = \frac{\rho}{\pi \tilde{C}} \sqrt{2g f_w u_o} V \quad (11.66)$$

Ovviamente l'applicabilità o meno della (11.66) ad un caso specifico dipende dalla validità delle semplificazioni introdotte ($\varphi \ll 1$ $\xi u_o/V \gg 1$). Se queste non dovessero essere verificate bisognerà risolvere l'integrale (11.61) per via numerica.

Un'ulteriore semplificazione si può ottenere nell'ipotesi di onde su acque basse, per cui $u_o = \omega H/2kh$. Infatti, utilizzando le relazioni:

$$H = h\gamma \text{ e } \frac{2\pi}{k} = L = \sqrt{gh}T = \sqrt{gh} \frac{2\pi}{\omega} \text{ si ricava: } u_o = \frac{\gamma}{2} \sqrt{gh}, \text{ da cui:}$$

$$\overline{\tau_{cwx}} = \frac{\rho g}{\sqrt{2\pi C}} \gamma \sqrt{h} \sqrt{f_w} V \quad (11.66 \text{ bis})$$

ESEMPIO

$$h = 3 \text{ m};$$

$$r = 0.06 \text{ m};$$

$$H = 1.18 \text{ m};$$

$$T = 8 \text{ s};$$

$$V = 1 \text{ m/s};$$

$$\gamma = 0.7.$$

da cui:

$$u_o = 1 \text{ m/s};$$

$$a_o = 1.27 \text{ m}$$

e pertanto:

- $a_o/r = 21.2$;
- $f_w = f(a_o/r) = 0.045$;
- $\xi = C \sqrt{\frac{f_w}{2g}} = 2.4$;
- $\tau_c = \rho k^2 V_i^2 = \rho g \frac{V^2}{C^2} = 3.9 \text{ N/m}^2$;
- $\tau_w = \frac{1}{2} \rho f_w u_o^2 = 22.5 \text{ N/m}^2$;
- $\overline{\tau_{cwx}} = \tau_c \left[0.75 + 0.45 \left(\xi \frac{u_o}{V} \right)^{1.13} \right] = 7.6 \text{ N/m}^2$;
- $\overline{\tau_{cwx}} = \frac{\rho}{\pi C} \sqrt{2g f_w} u_o V = 6.0 \text{ N/m}^2$;

Da questo semplice esempio si nota come vi sia un aumento notevole di tensione tangenziale nella direzione della corrente dovuto alla presenza di moto ondoso.

11.2.5. Calcolo delle correnti litoranee

Nei paragrafi precedenti sono stati illustrati gli effetti delle forze (radiation stress, forze di marea, forze dovute alla turbolenza, forze d'attrito) che intervengono su di un elemento d'acqua nella zona dei frangenti. Se le condizioni dovute al moto ondoso, così come la geometria della spiaggia, rimangono immutate lungo la costa, le succitate forze sono le sole ad intervenire sull'elemento d'acqua considerato.

Piuttosto che ricercare una formula per la stima delle correnti litoranee basata sull'equilibrio dinamico di tutte e quattro le forze, è opportuno formulare un'espressione basata

sull'equilibrio delle forze d'attrito e di radiation stress che sono sempre presenti nella zona dei frangenti.

Si è visto (vedere formula 11.37) che:

$$\frac{dS_{yx}}{dy} = \frac{5}{16} \rho \gamma^2 \cdot [gh]^{(3/2)} \frac{\sin(\phi_o)}{c_o} s \quad (11.67)$$

dove:

- c_o è la celerità dell'onda su profondità infinita;
- g è l'accelerazione di gravità;
- h è la profondità;
- s è la pendenza del fondo (pari a dh/dy);
- γ è l'indice di breaking;
- ρ è la densità;
- ϕ_o è l'angolo di attacco del moto ondoso in acque profonde.

Analogamente è stato mostrato che le forze d'attrito sono date da (vedere equazione 11.62):

$$\overline{\tau_{cwx}} = \frac{\rho g V^2}{\tilde{C}^2} \left[0.75 + 0.45 \left(\tilde{\beta} \frac{u_o}{V} \right)^{1.13} \right] \quad (11.68)$$

dove:

- \tilde{C} è il coefficiente di Chezy;
- u_o è la velocità orbitale al fondo;
- V è la velocità (incognita) della corrente litoranea mediata sulla profondità.
- $\tilde{\beta} = \tilde{C} \sqrt{\frac{f_w}{2g}}$.

All'interno della zona dei frangenti l'equilibrio delle forze è dato da:

$$\frac{dS_{yx}}{dy} = \overline{\tau_{cwx}} \quad (11.69)$$

Risolvendo quest'ultima rispetto a V tenendo conto della (11.67) e (11.68), si ottiene un'espressione che permette di valutare l'andamento della velocità mediata rispetto alla verticale della corrente litoranea. Una soluzione analitica è impossibile da ricavare, tuttavia è possibile adottare la seguente formula -che può essere risolta iterativamente adottando, ad esempio, l'algoritmo di Runge-Kutta:

$$0.75V^2 + 0.45(\tilde{\beta} u_o)^{1.13} V^{0.87} = \frac{5\sqrt{g}}{16} \frac{\rho \gamma^2 \tilde{C}^2 \sin(\phi_o)}{c_o} \quad (11.70)$$

Allo scopo di ottenere maggiori informazioni circa la distribuzione di velocità nella zona dei frangenti, è utile adottare l'espressione semplificata per la distribuzione delle tensioni tangenziali fornita dalla (11.66bis), ossia:

$\overline{\tau_{cwx}} = \frac{\rho g}{\sqrt{2\pi\tilde{C}}} \gamma \sqrt{h} \sqrt{f_w} V$. Pertanto l'espressione

approssimata della velocità in funzione della distanza y dalla costa può essere determinata inserendo quest'ultima espressione nella (11.69) in cui si tiene conto della (11.67). In formule:

$$\frac{\rho g}{\sqrt{2\pi}\tilde{C}} \gamma \sqrt{h} \sqrt{f_w} V = \frac{5}{16} \rho \gamma^2 \cdot [gh]^{(3/2)} \frac{\sin(\varphi_o)}{C_o} s \quad (11.71)$$

che risolta rispetto a V porge:

$$V = \frac{5\pi}{8\sqrt{2}} \cdot \frac{\sin(\varphi_o)}{C_o} \cdot \frac{\tilde{C}}{\sqrt{f_w}} \cdot \gamma \cdot \sqrt{g} \cdot h \cdot s \quad (11.72)$$

in cui:

- $\frac{5\pi}{8\sqrt{2}} = 1.388$ è una costante;
- il rapporto $\frac{\sin(\varphi_o)}{C_o}$ dipende solo dalle condizioni su profondità infinita;
- γ dipende dalle condizioni del moto ondoso e dalla pendenza della spiaggia;
- $\frac{\tilde{C}}{\sqrt{f_w}}$ è un termine d'attrito dipendente dalla scabrezza del fondo, dalla profondità e dalle condizioni locali del moto ondoso;
- h ed s sono funzioni della distanza dalla spiaggia.

La dipendenza del termine d'attrito dalla profondità complica il problema, per cui molto spesso si assume che detto termine si mantenga costante nella zona dei frangenti. Se si accetta tale semplificazione, insieme all'assunto che la spiaggia mantenga una pendenza costante, si ricava per la corrente litoranea un andamento lineare con la profondità, ossia rispetto alla distanza dalla costa. E' ovvio che la velocità maggiore si avrà in corrispondenza del frangimento, secondo lo schema riportato in Figura 11.21.

Al di fuori della zona dei frangenti la velocità è nulla poiché ivi si ha che $\frac{dS_{yx}}{dy} = 0$.

Gli effetti delle forze di turbolenza, si è visto, dipendono dal gradiente della velocità, ossia da dV/dy . Poiché in corrispondenza della linea di frangimento detto gradiente è infinito, è verosimile attendersi un significativo effetto della turbolenza proprio in tale zona. Infatti, il trasferimento orizzontale di quantità di moto diminuirà la velocità nella zona esterna della zona dei frangenti producendo al contempo una corrente al di fuori della linea di frangimento come schematicamente riportato nella Figura 11.22.

PLAN

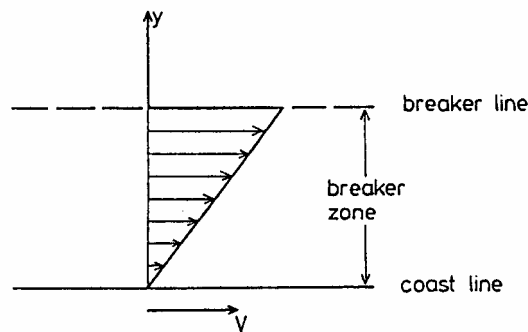


Figura 11.21. Vista dall'alto dell'andamento semplificato delle velocità della corrente litoranea nella zona dei frangenti.

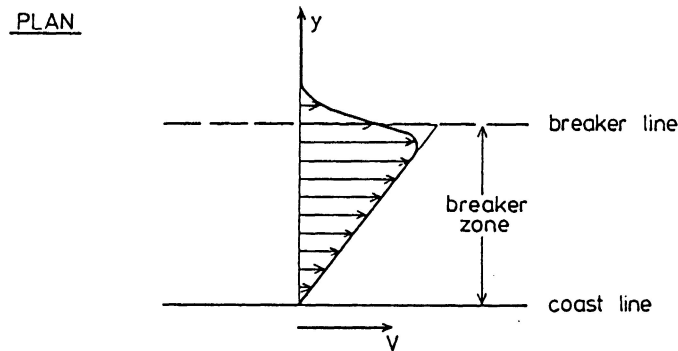


Figura 11.22. Vista dall'alto dell'andamento semplificato delle velocità della corrente litoranea nella zona dei frangenti.

Tutte le discussioni presentate fin qui si basano sull'assunto che il moto ondoso sia regolare.

Nella realtà, ovviamente, ciò non si verifica quasi mai, per cui le altezze d'onda, variando, non riescono a produrre una linea dei frangenti così definita come quella rappresentata in Figura 11.21. Per ogni onda il contributo alle forze che determinano le correnti litoranee comincia a farsi risentire al frangimento. Poiché tuttavia ogni onda frange in un punto diverso, i contributi iniziano in punti diversi, ossia a distanze differenti dalla spiaggia. Tutti i contributi, assieme, risultano in una curva delle velocità simile a quella rappresentata in Figura 11.23.

E' ovvio che le influenze dovute: alla marea, alle caratteristiche dello spettro, alle variazioni di scabrezza del fondo, alle irregolari pendenze del fondo, nonché alle variazioni di attacco del moto ondoso, si traducono tutte in modifiche al profilo delle velocità della corrente litoranea.

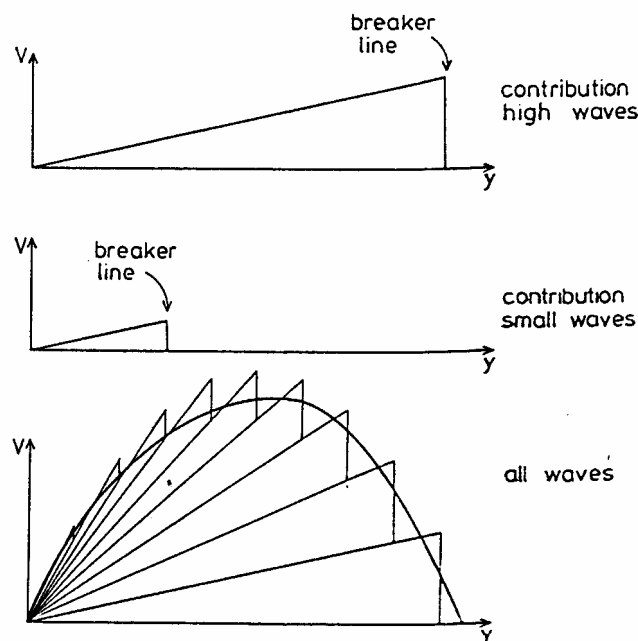


Figura 11.23. Contributi alla corrente litoranea forniti da un campo di onde irregolari.

ESEMPIO

Determinare la distribuzione della velocità (mediata sulla profondità) della corrente litoranea nella zona dei frangenti in funzione della distanza dalla spiaggia.

Sono noti i seguenti parametri e caratteristiche:

- Onde regolari;

- batimetriche rettilinee e parallele;
- Periodo: $T = 7$ s;
- Altezza d'onda su profondità infinita: $H_o = 2.0$ m;
- Angolo d'attacco su profondità infinita: $\varphi_o = 30^\circ$;
- Indice di frangimento: $\gamma = 0.8$;
- Pendenza della spiaggia: $s = 0.01$;
- Scabrezza del fondo: $r = 0.06$ m (costante su tutta la zona).

Il primo passo è quello di definire la linea di frangimento. Le non linearità intrinseche al problema rendono impraticabile l'adozione di una soluzione in forma chiusa.

Viene quindi suggerito il seguente approccio iterativo:

1. si ipotizza una profondità al frangimento h_b e si calcola di conseguenza il rapporto h_b/L_o ;
2. si determina il coefficiente di shoaling e il rapporto C/C_o ;
3. si calcola l'angolo d'attacco al frangimento utilizzando la relazione: $\sin(\varphi_b) = \frac{C}{C_o} \cdot \sin(\varphi_o)$;
4. si calcola l'altezza d'onda al frangimento attraverso l'espressione: $H_b = H_o K_{sh} \sqrt{\frac{\cos(\varphi_o)}{\cos(\varphi_b)}}$;
5. si stima un nuovo valore di h_b sapendo γ e H_b e si ritorna quindi al punto 1.

Applicando il procedimento suddetto si ricava:

- $H_b = 2.07$ m;
- $h_b = 2.59$ m;
- $\varphi_b = 11.9^\circ$.

Tabella 11.III. Andamento della velocità mediata sulla profondità della corrente litoranea all'interno della zona dei frangenti.

y (m)	h (m)	K (1/m)	c (m/s)	n (-)	ϕ (grad)	k_s	H (m)	H_{lim} (m)	a_o (m)	f_w (-)	C (m ^{1/2} /s)	V (m/s)
0	0	-	0	-	0.0	0.00	-	0	-	-	-	-
10	0.1	0.908	0.99	1.00	2.6	2.35	4.38	0.08	0.44	0.09	23.42	0.01
20	0.2	0.643	1.40	0.99	3.7	1.98	3.69	0.16	0.62	0.07	28.84	0.03
40	0.4	0.456	1.97	0.99	5.2	1.67	3.12	0.32	0.87	0.06	34.26	0.09
60	0.6	0.373	2.41	0.98	6.3	1.52	2.84	0.48	1.06	0.05	37.43	0.16
80	0.8	0.324	2.77	0.98	7.3	1.42	2.65	0.64	1.22	0.05	39.67	0.23
100	1	0.291	3.09	0.97	8.1	1.35	2.52	0.8	1.36	0.04	41.42	0.32
120	1.2	0.266	3.37	0.97	8.9	1.29	2.42	0.96	1.48	0.04	42.84	0.40
140	1.4	0.247	3.63	0.96	9.6	1.25	2.34	1.12	1.59	0.04	44.05	0.49
160	1.6	0.232	3.87	0.96	10.2	1.21	2.28	1.28	1.69	0.04	45.09	0.58
180	1.8	0.219	4.10	0.95	10.8	1.18	2.22	1.44	1.78	0.04	46.01	0.68
200	2	0.208	4.31	0.95	11.4	1.16	2.18	1.6	1.87	0.04	46.84	0.78
220	2.2	0.199	4.51	0.94	11.9	1.14	2.14	1.76	1.94	0.04	47.58	0.88
240	2.4	0.191	4.69	0.94	12.4	1.12	2.10	1.92	2.02	0.04	48.26	0.98
260	2.6	0.184	4.87	0.93	12.9	1.10	2.07	2.08	2.08	0.03	48.89	1.08
280	2.8	0.178	5.04	0.93	13.3	1.08	2.04	2.24	1.96	0.04	49.47	0
300	3	0.173	5.20	0.92	13.8	1.07	2.02	2.4	1.86	0.04	50.01	0
320	3.2	0.168	5.36	0.92	14.2	1.06	1.99	2.56	1.77	0.04	50.51	0
340	3.4	0.163	5.50	0.91	14.6	1.04	1.97	2.72	1.69	0.04	50.99	0
360	3.6	0.159	5.65	0.91	15.0	1.03	1.96	2.88	1.62	0.04	51.43	0
380	3.8	0.155	5.79	0.90	15.4	1.02	1.94	3.04	1.55	0.04	51.85	0
400	4	0.152	5.92	0.90	15.7	1.02	1.93	3.2	1.49	0.04	52.26	0

La Tabella 11.III mostra le stime della velocità mediata sulla profondità della corrente litoranea per diverse distanze dalla linea di costa.

Le grandezze sono state calcolate con le seguenti espressioni:

- $y = \frac{h}{s}$; distanza dalla costa;
- $k = 2\pi/L$ = numero d'onda, ottenuto calcolando preventivamente la lunghezza d'onda tramite la relazione di dispersione;
- $C = L/T$, celerità dell'onda;
- $n = \frac{kh}{\sinh(2kh)} + \frac{1}{2}$;
- $k_{sh} = \sqrt{\frac{1}{\tanh(kh) \left(1 + \frac{2kh}{\sinh(2kh)}\right)}}$;
- H = altezza d'onda, ricavata - fino al frangimento - tramite il coefficiente di shoaling e l'altezza d'onda su profondità infinita;
- H_{limite} = altezza d'onda nella zona dei frangenti calcolata come prodotto dell'indice di frangimento (γ) per la profondità locale;
- a_o = ampiezza massima di oscillazione delle particelle al fondo, valutata con l'espressione: $a_o = \frac{H}{2 \sinh(kh)}$ (teoria lineare);
- f_w = coefficiente di resistenza valutato attraverso l'espressione:
 $f_w = \exp[-5.977 + 5.213(a_o/r)^{-0.194}]$;
- \tilde{C} = coefficiente di Chezy, valutato come: $\tilde{C} = 18 \cdot \log\left(\frac{12h}{r}\right)$;
- V = velocità mediata sulla verticale calcolata con la formula semplificata:

$$V = \frac{5\pi}{8\sqrt{2}} \cdot \frac{\sin(\varphi_o)}{C_o} \cdot \frac{\tilde{C}}{\sqrt{f_w}} \cdot \gamma \cdot \sqrt{g} \cdot h \cdot s.$$

L'andamento può essere anche evinto dalla Figura 11.24 di seguito riportata.

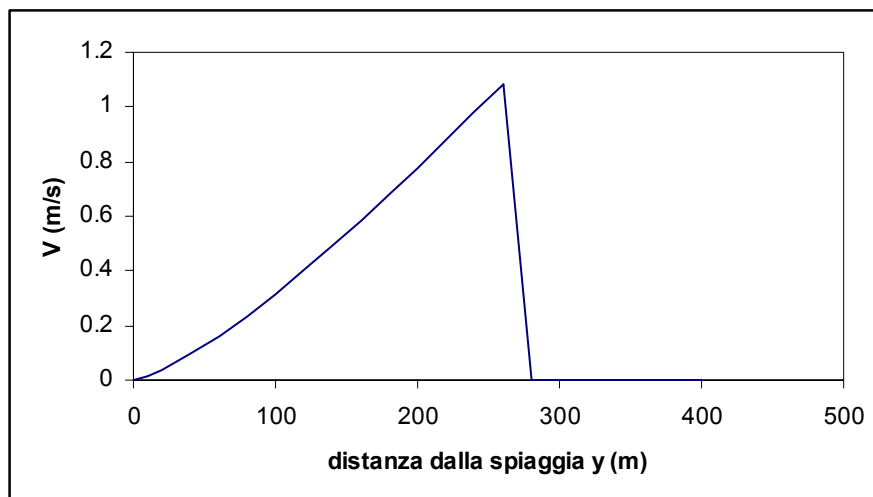


Figura 11.24. Distribuzione delle velocità della corrente litoranea prodotta, all'interno della zona dei frangenti, da un campo regolare di onde.

Oltre al metodo rappresentato in Tabella 11.III, vi sono altri metodi più sofisticati per il calcolo della velocità della corrente litoranea nella zona dei frangenti, alcuni dei quali sono di seguito descritti e rappresentati per i dati uguali a quelli dell'esempio sopra riportato, nella figura 11.25, in cui:

- l'andamento espresso da V_1 è pari a quello di Figura 11.24 in cui, si ricorda, è stata adottata un'espressione approssimata per il coefficiente d'attrito che ipotizza onde su acque basse;
- l'andamento V_2 esclude l'ipotesi di onde su acque basse, per cui il coefficiente d'attrito è

calcolato tramite l'espressione:
$$\overline{\tau_{cwx}} = \frac{\rho g V^2}{\tilde{C}^2} \left[0.75 + 0.45 \left(\tilde{\beta} \frac{u_o}{V} \right)^{1.13} \right];$$

- l'andamento V_3 tiene conto delle forze dovute alla turbolenza. L'uso di questo approccio (suggerito da *Battjes*; 1974) per il caso di onde regolari produce i risultati mostrati in figura all'interno della zona dei frangenti. Tale tecnica non può -a rigore- essere adottata al di fuori di detta zona, tuttavia qui è stata applicata solo per confronto;
- l'andamento V_4 è il risultato della teoria di *Longuet-Higgins* (1971) che tiene conto delle forze d'attrito turbolente nell'equazione della velocità;
- l'andamento V_5 schematizza il profilo di velocità in un triangolo che si estende su di una larghezza pari a $1.6 y_b$. Il valore di picco, che si realizza a $y=2/3 y_b$ dalla spiaggia, è

calcolato tramite la seguente espressione: $\int_0^{1.16} \tau_{cwx} dy = S_{yx} \Big|_{y=y_b}$. Questo tipo di distribuzione

di velocità può essere assunta allo scopo di includere alcuni effetti legati all'attrito turbolento laterale;

- L'andamento V_6 è il risultato di un campo di onde irregolari che possiede lo stesso contenuto energetico delle onde regolari (ossia $H_{rms}=2m$).

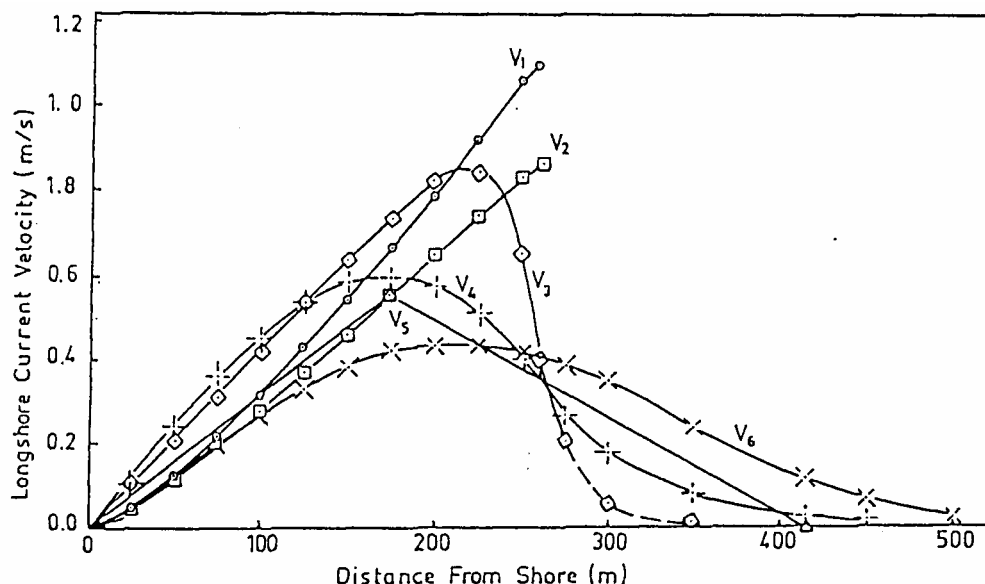


Figura 11.25. Distribuzioni delle velocità della corrente litoranea valutate con diversi metodi. La corrente litoranea è prodotta, all'interno della zona dei frangenti, da un campo regolare di onde.